

**เฉลยโจทย์ ม.ปลาย**  
**เพื่อเตรียมสอบ GAT-PAT พ.ย.57**  
**วิชา PAT 1 : คณิตศาสตร์**  
**ชุดที่ 1 (ตอนที่ 4/7)**

โดยช่วงตั้งแต่ 7 ต.ค. - 20 พ.ย. 57 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้  
 วันอังคารดูวิชา GAT, วันพุธดูวิชา PAT1, วันพฤหัสบดีดูวิชา PAT2

**เดลินิวส์**

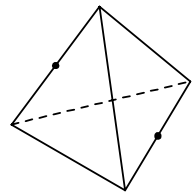
ร่วมกับ



# นักเรียน บุณดิษฐา

1. สัมประสิทธิ์พจน์  $x^2$  จากการกระจาย  $(x + 1)^7(2x - 1)^7$  ตรงกับข้อใด  
 1) 35      2) -35      3) 7      4) -7
2. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่ง คือ 5, 4, a, 6, 8, 9, 10, b, 7, 15 โดยที่ a และ b เป็นจำนวนนับที่มีค่าน้อยกว่า 15 ถ้าพิสัยและฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 12 และ 10 ตามลำดับ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัชยฐาน <  $Q_3$   
 2) มัชยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต <  $D_7$   
 3)  $P_{50}$  < ฐานนิยม <  $Q_3$   
 4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต <  $P_{50}$  <  $D_7$
3. แผลงตัวหนึ่งเกาะอยู่ที่ผิวของรูปทรงสี่หน้า ซึ่งแต่ละหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่เท่ากันทุกประการ และขอบยาวด้านละ 1 หน่วย แผลงต้องการเดินไปตามผิวของรูปทรงสี่หน้าจากจุดกึ่งกลางของขอบด้านหนึ่งไปยังจุดกึ่งกลางของขอบด้านตรงข้าม จงหาระยะทางที่สั้นที่สุดของเส้นทางการเดินทางของแผลง (กล่าวหาว่าขอบไม่มีจุดปลายร่วมกันเลย)

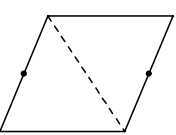


- 1)  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  หน่วย      2) 1 หน่วย  
 3)  $\sqrt{2}$  หน่วย      4)  $\frac{3}{2}$  หน่วย
4. กำหนดให้  $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกและ } x \leq 100\}$   
 $B = \{x \in A \mid (x, 15) = 1\}$   
 จงหาจำนวนสมาชิกของเซต B  
 1) 47      2) 50      3) 53      4) 56
5. กำหนดให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง  $\frac{5z_1 + 1}{5z_1 + 2} = \frac{3 - 4i}{3 + i}$  และ  $z_2 = \cos \frac{\pi}{8} - i \sin \frac{\pi}{8}$  แล้ว  $z_1 + z_2^4$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- 1)  $\frac{3}{25} + \frac{16}{25}i$       2)  $\frac{3}{25} + \frac{34}{25}i$   
 3)  $-\frac{9}{25} + \frac{22}{25}i$       4)  $-\frac{9}{25} + \frac{28}{25}i$
6. ให้  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  เมื่อ a, b, c และ d เป็นค่าคงตัว ถ้า  $f''(x) = x + 2$  และความชันของเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ที่จุด  $x = 0$  เท่ากับ 3 และเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ผ่านจุด  $(0, -1)$  แล้ว  $a + b + c + d$  มีค่าเท่าใด
- 1)  $2\frac{1}{6}$       2)  $3\frac{1}{6}$       3) 19      4)  $\frac{131}{6}$

## เฉลย

1. **เฉลย 4)** -7  
 สัมประสิทธิ์พจน์  $x^2$  จากการกระจาย  $(x + 1)^7(2x - 1)^7$  เกิดจาก
1. สัมประสิทธิ์พจน์  $x^0$  วงเล็บที่ 1 คูณกับสัมประสิทธิ์พจน์  $x^2$  วงเล็บที่ 2 ซึ่งได้  $\binom{7}{7}x^0 \cdot 1^7 \binom{7}{5}(2x)^2(-1)^5 = -84x^2$  นั่นคือ -84
2. สัมประสิทธิ์พจน์  $x^1$  วงเล็บที่ 1 คูณกับสัมประสิทธิ์พจน์  $x^1$  วงเล็บที่ 2 ซึ่งได้  $\binom{7}{6}x^1 \cdot 1^6 \binom{7}{6}(2x)^1(-1)^6 = 98x^2$  นั่นคือ 98
3. สัมประสิทธิ์พจน์  $x^2$  วงเล็บที่ 1 คูณกับสัมประสิทธิ์พจน์  $x^0$  วงเล็บที่ 2 ซึ่งได้  $\binom{7}{5}x^2 \cdot 1^5 \binom{7}{7}(2x)^0(-1)^7 = -21x^2$  นั่นคือ -21
- $\therefore$  สัมประสิทธิ์พจน์  $x^2$  จึงเท่ากับ  $-84 + 98 - 21 = -7$

2. **เฉลย 2)** มัชยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต <  $D_7$   
 จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ สมมติ  $a < b$  เราจะสามารถเรียงข้อมูลจากน้อยไปมากได้เป็น a, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, b, 15  
 เนื่องจาก พิสัย = 12 นั่นคือ  $15 - a = 12 \therefore a = 3$   
 เนื่องจาก ฐานนิยม = 10  $\therefore b = 10$   
 ดังนั้น ข้อมูลชุดนี้ คือ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 10, 15  
 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต =  $\frac{3+4+5+6+7+8+9+10+10+15}{10} = 7.7$   
 มัชยฐาน =  $\frac{7+8}{2} = 7.5$   
 ตำแหน่ง  $P_{50} = (10+1) \cdot \frac{50}{100} = 5.5 \therefore P_{50} = 7 + (0.5)(8-7) = 7.5$   
 ตำแหน่ง  $Q_3 = (10+1) \cdot \frac{3}{4} = 8.25 \therefore Q_3 = 10 + 0.25(10-10) = 10$   
 ตำแหน่ง  $D_7 = (10+1) \cdot \frac{7}{10} = 7.7 \therefore D_7 = 9 + 0.7(10-9) = 9.7$   
 ดังนั้น มัชยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต <  $D_7$

3. **เฉลย 2)** 1 หน่วย  
  
 คลี่รูปทรงสี่หน้าบนระนาบ จุดกึ่งกลาง 2 จุดบนขอบที่อยู่ตรงข้ามกันกลายเป็นจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีแต่ละด้านยาว 1 หน่วย ดังนั้น จุดกึ่งกลางของขอบตรงข้ามของรูปทรงสี่หน้าที่กำหนดให้จึงห่างกัน 1 หน่วย เมื่อพับรูปสามเหลี่ยมกลับไปเป็นรูปทรงสี่หน้า ระยะทางยังคงสั้นที่สุด

4. **เฉลย 3)** 53  
 จากโจทย์  $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกและ } x \leq 100\}$   
 $B = \{x \in A \mid (x, 15) = 1\}$   
 เนื่องจาก  $15 = 3 \times 5$  ดังนั้นจำนวนเต็มบวก x ซึ่ง  $(x, 15) = 1$  คือ จำนวนเต็มบวกซึ่ง  $3 \nmid x$  และ  $5 \nmid x$   
 $\therefore B = \{x \in A \mid 3 \nmid x \text{ และ } 5 \nmid x\}$

- ให้  $C = \{x \in A \mid 3 \mid x\}$   
 $= \{3, 6, 9, \dots, 99\} \therefore n(C) = 33$
- และ  $D = \{x \in A \mid 5 \mid x\}$   
 $= \{5, 10, 15, \dots, 100\} \therefore n(D) = 20$
- จะได้  $C \cap D = \{x \in A \mid 3 \mid x \text{ และ } 5 \mid x\} = \{x \in A \mid 15 \mid x\}$   
 $= \{15, 30, 45, 60, 75, 90\} \therefore n(C \cap D) = 6$
- และ  $n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D)$   
 $= 33 + 20 - 6 = 47$
- จาก  $B = (C \cup D)'$   
 ดังนั้น  $n(B) = n(C \cup D)' = 100 - 47 = 53$

5. **เฉลย 4)**  $-\frac{9}{25} + \frac{28}{25}i$   
 จาก  $\frac{5z_1 + 1}{5z_1 + 2} = \frac{3 - 4i}{3 + i}$   
 จะได้  $(3 + i)(5z_1 + 1) = (3 - 4i)(5z_1 + 2)$   
 $15z_1 + 3 + 5iz_1 + i = 15z_1 + 6 - 20iz_1 - 8i$   
 $25iz_1 = 3 - 9i$   
 $\therefore z_1 = \frac{3 - 9i}{25i}$   
 $= -\frac{3i}{25} - \frac{9}{25} \dots(1)$
- จาก  $z_2 = \cos \frac{\pi}{8} - i \sin \frac{\pi}{8}$   
 จะได้  $z_2^4 = \cos \frac{4\pi}{8} - i \sin \frac{4\pi}{8}$   
 $= \cos \frac{\pi}{2} - i \sin \frac{\pi}{2} = -i \dots(2)$
- จาก (1) และ (2) จะได้  $z_1 + z_2^4 = -\frac{3i}{25} - \frac{9}{25} - i = -\frac{9}{25} + \frac{28}{25}i$

6. **เฉลย 2)**  $3\frac{1}{6}$   
 จาก  $f''(x) = (x + 2)$   
 จะได้  $f'(x) = \int f''(x) dx = \int (x + 2) dx$   
 $= \frac{x^2}{2} + 2x + C_1$
- เนื่องจากความชันของเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ที่จุด  $x = 0$  เท่ากับ 3 หมายความว่า  $f'(0) = 3$
- แทนค่า  $3 = f'(0) = \frac{0^2}{2} + 2(0) + C_1$   
 จะได้  $C_1 = 3$
- ดังนั้น  $f'(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + 3$
- และจะได้  $f(x) = \int f'(x) dx$   
 $= \int \left( \frac{x^2}{2} + 2x + 3 \right) dx$   
 $= \frac{x^3}{6} + x^2 + 3x + C_2$
- เนื่องจากเส้นโค้ง  $y = f(x)$  ผ่านจุด  $(0, -1)$  หมายความว่า  $f(0) = -1$
- แทนค่า  $-1 = \frac{0^3}{6} + 0^2 + 3 \cdot 0 + C_2$   
 จะได้  $C_2 = -1$
- ดังนั้น สมการของเส้นโค้ง คือ  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$   
 $= \frac{x^3}{6} + x^2 + 3x - 1$
- นั่นคือ  $a + b + c + d = 3\frac{1}{6}$